

Leçon N°7 : Droites remarquables dans un triangle

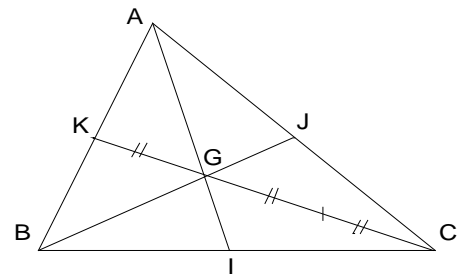
1- Médiannes

DÉFINITION : Une médiane dans un triangle est une droite passant par un sommet et par le milieu du côté opposé.

PROPRIÉTÉ : Dans un triangle les 3 médianes sont toujours concourantes. Leur point commun est appelé centre de gravité du triangle. Il est situé sur chaque médiane aux deux tiers à partir du sommet:

Sur la figure on a : $AG = \frac{2}{3} AI$; $BG = \frac{2}{3} BJ$; $CG = \frac{2}{3} CK$

REMARQUE: Le centre de gravité d'un triangle est toujours à l'intérieur de ce triangle.

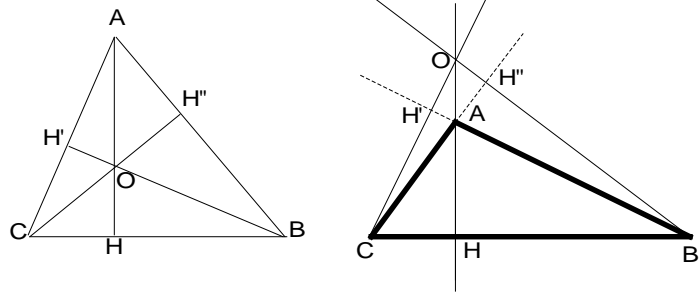


2- Hauteurs

DÉFINITION : Une hauteur dans un triangle est une droite passant par un sommet et perpendiculaire au côté opposé.

PROPRIÉTÉ : Dans un triangle les 3 hauteurs sont toujours concourantes. Leur point commun est appelé orthocentre du triangle.

REMARQUE: Quand le triangle a 3 angles aigus l'orthocentre est à l'intérieur du triangle, quand le triangle a un angle obtus l'orthocentre est à l'extérieur du triangle.



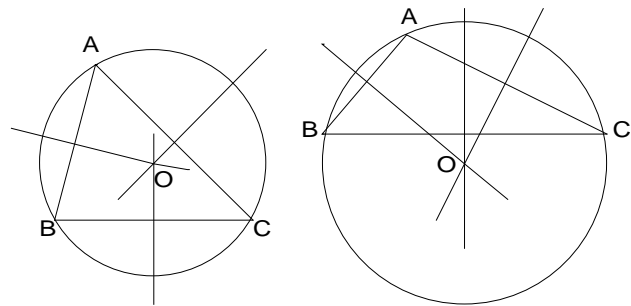
3- Médiatrices

DÉFINITION : La médiatrice d'un segment est la perpendiculaire à ce segment en son milieu.

RAPPEL: la médiatrice d'un segment est aussi l'ensemble des points équidistants des extrémités du segment.

PROPRIÉTÉ: Les médiatrices des 3 côtés d'un triangle sont toujours concourantes. Leur point commun est le centre du cercle passant par les 3 sommets du triangle, c'est à dire le centre du cercle circonscrit au triangle.

REMARQUE: Quand le triangle a 3 angles aigus le centre du cercle circonscrit est à l'intérieur du triangle, quand le triangle a un angle obtus le centre du cercle circonscrit est à l'extérieur du triangle



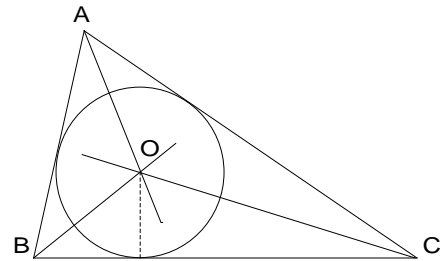
4- Bissectrices

DÉFINITION : La bissectrice d'un angle est la demi-droite issue du sommet, qui partage l'angle en 2 angles de même mesure. (La demi-droite qui partage l'angle en 2 angles égaux et adjacents.)

RAPPEL: La bissectrice d'un angle est aussi son axe de symétrie.

PROPRIÉTÉ: Les bissectrices des 3 angles d'un triangle sont toujours concourantes. Leur point commun est le centre du cercle tangent aux 3 côtés du triangle, c'est à dire le centre du cercle inscrit dans le triangle.

REMARQUE: Le centre du cercle inscrit est toujours à l'intérieur du triangle.

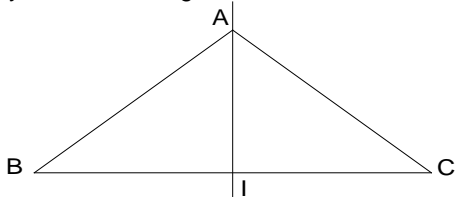


5- Cas particuliers

Dans un triangle quelconque il y a 12 droites remarquables, parfois certaines de ces droites sont confondues:

Dans un triangle isocèle il existe une droite qui est à la fois médiane, hauteur, médiatrice, bissectrice.

Pour qu'un triangle soit isocèle il suffit qu'une même droite joue 2 de ces rôles à la fois. Cette droite est alors aussi l'axe de symétrie du triangle isocèle.



Dans un triangle équilatéral les 3 médianes sont aussi les 3 hauteurs, les 3 médiatrices, les 3 bissectrices et les 3 axes de symétrie.

