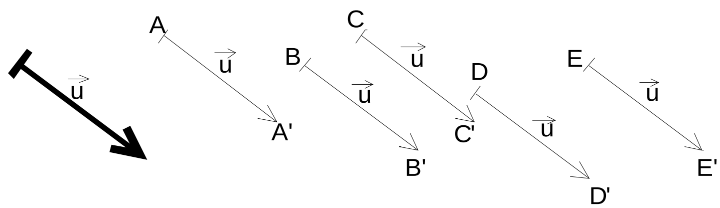
<u>LES VECTEURS</u>

1/ Vecteur d'une translation

Une **<u>translation</u>** équivaut à un <u>déplacement en ligne droite</u>, <u>sans rotation</u>, le même pour tous les points (comme le mouvement d'un ascenseur, d'une fenêtre coulissante, d'un téléphérique, … le glissement d'un papier calque)

Pour préciser ce déplacement, c'est à dire pour définir une translation, il faut choisir **<u>une direction de droite</u>** (inclinaison), **<u>un sens</u>** et **<u>une longueur</u>**. Ces trois choix déterminent le **<u>vecteur</u>** de la translation. Un vecteur est représenté par une "flèche" <u>que l'on peut tracer n'importe où</u>. Un vecteur n'a pas d'emplacement précis, c'est un objet "baladeur".



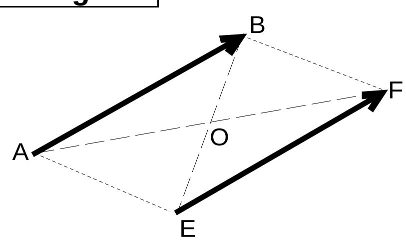
Pour obtenir l'image d'un point A par la translation de vecteur $\vec{u}$ on représente le vecteur $\vec{u}$ à partir de A.

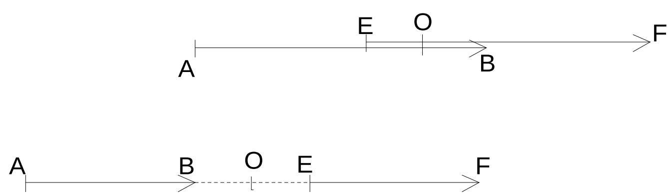
Les point A', B', C', D', E' sont les images de A, B, C, D, E par la translation de vecteur $\vec{u}$, cela signifie que :

$\overrightarrow{AA'} = \vec{u}$, $\overrightarrow{BB'} = \vec{u}$, $\overrightarrow{CC'} = \vec{u}$, $\overrightarrow{DD'} = \vec{u}$, $\overrightarrow{EE'} = \vec{u}$

Tous les vecteurs cités ont même direction (c'est à dire qu'ils sont parallèles), même sens et même longueur. Dans ce cas on dit que les vecteurs sont **<u>égaux</u>**.

2/ Vecteurs égaux





Vecteurs et parallélogramme (1)

Pour 4 points A, B, E, F non alignés on a :

♦ Si $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{EF}$ alors ABFE est un parallélogramme

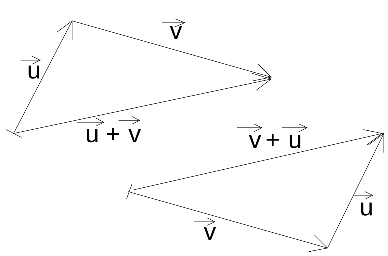
♦ Si ABFE est un parallélogramme alors $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{EF}$

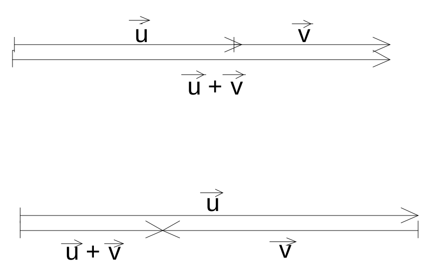
<u>Dans tous les cas de figure on a</u> :

♦ **Si $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{EF}$ alors [AF] et [BE] ont même milieu**

♦ **Si [AF] et [BE] ont même milieu alors $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{EF}$**

3/ Composée de deux translations, addition de vecteurs

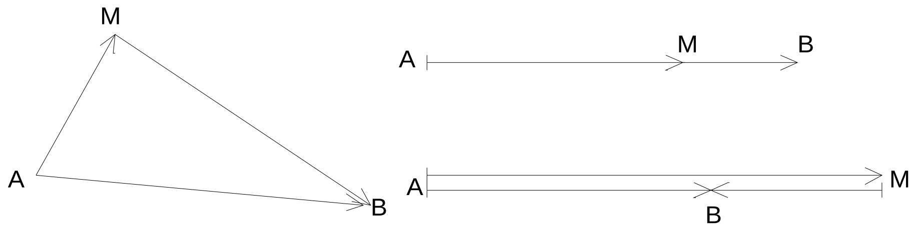




Appliquer la translation de vecteur $\vec{u}$ puis la translation de vecteur $\vec{v}$ cela revient à appliquer une nouvelle translation dont le vecteur est noté $\vec{u} + \vec{v}$.

Pour additionner des vecteurs on les représente "bout à bout", et on joint l'origine du premier vecteur à l'extrémité du dernier. L'ordre des vecteurs n'a pas d'importance : $\vec{u} + \vec{v} = \vec{v} + \vec{u}$

RELATION DE CHASLES

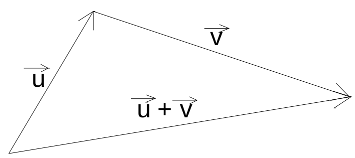


Quels que soient les trois points A, M et B **on a toujours** : $\boxed{\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{AB}}$

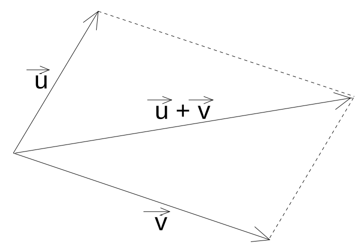
CONSTRUCTIONS :

Il y a deux façons d'obtenir la somme de deux vecteurs :

1) en les représentant bout à bout :



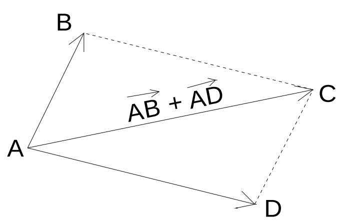
2) en les représentant à partir de la même origine :



PROPRIÉTÉ

Vecteurs et parallélogramme (2)

Pour quatre points ABCD non alignés



- ♦ Si ABCD est un parallélogramme alors on a : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$.
- ♦ Si on a : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$ alors ABCD est un parallélogramme

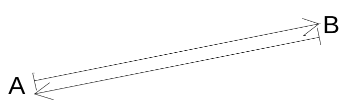
CAS PARTICULIERS :

a) **Vecteur nul** (de longueur nulle) :

On convient d'écrire : $\overrightarrow{AA} = \overrightarrow{0}$

D'après la relation de Chasles on a : $\overrightarrow{AA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB}$, c'est à dire : $\overrightarrow{0} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB}$

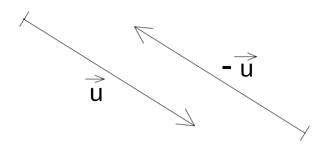
b) **Vecteurs opposés** (même direction, même longueur, sens contraires) :



D'après la relation de Chasles on a :

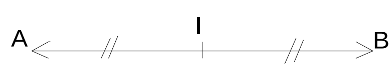
$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AA} = \overrightarrow{0}$

NOTATION :



$\overrightarrow{u} + (-\overrightarrow{u}) = \overrightarrow{u} - \overrightarrow{u} = \overrightarrow{0}$

PROPRIÉTÉ Vecteurs et milieu



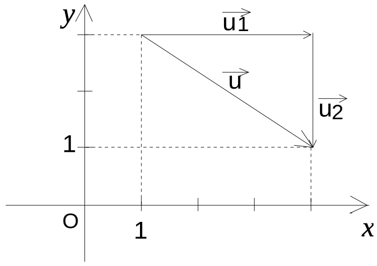
- ♦ Si le point I est le milieu du segment [AB] alors on a : $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \overrightarrow{0}$ et $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$
- ♦ Si on a : $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \overrightarrow{0}$ ou bien : $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$ alors le point I est le milieu du segment [AB].

c) **Somme de vecteurs égaux** : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB} = 2\,\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{u} + \overrightarrow{u} + \overrightarrow{u} = 3\,\overrightarrow{u}$

(Les additions de vecteurs se rédigent comme les additions de nombres)

4/ COORDONNÉES D'UN VECTEUR

Exemple :



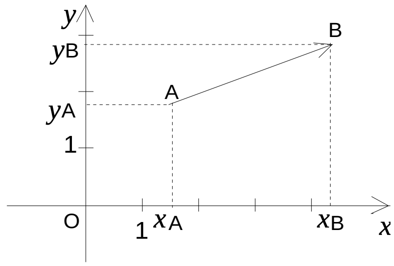
$\vec{u} = \vec{u_1} + \vec{u_2}$

Sur la figure les coordonnées du vecteur $\vec{u}$ sont 3 et –2

On écrit : $\vec{u}$ (3 ; –2) ou bien : $\vec{u}\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$

(On ne parle pas d'abscisse ni d'ordonnée d'un vecteur, on dit 1^ère coordonnée et 2^ème coordonnée)

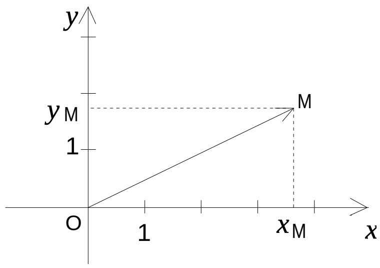
Cas général :



Les coordonnées d'un vecteur $\overrightarrow{AB}$ sont données par:

$$\overrightarrow{AB}\ (x_B - x_A\ ;\ y_B - y_A)$$

Cas particulier :



Si O est l'origine du repère et M un point quelconque, les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{OM}$ sont les mêmes que celles du point M :

$$\overrightarrow{OM}\ (x_M\ ;\ y_M)$$

Propriétés :

-P1- Deux vecteurs sont égaux quand ils ont les mêmes coordonnées.

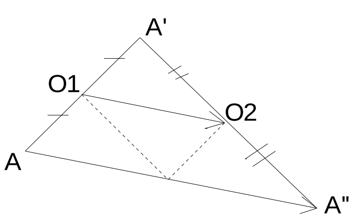
-P2- Deux vecteurs sont opposés quand leurs coordonnées sont des nombres opposés.

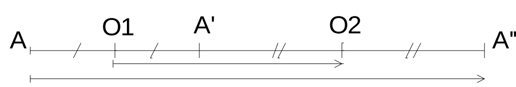
-P3- Un vecteur est nul quand ses deux coordonnées sont égales à 0.

-P4- Pour obtenir les coordonnées du vecteur $\vec{u} + \vec{v}$ on additionne les coordonnées de $\vec{u}$ avec celles de $\vec{v}$:

Si on a : $\vec{u}\ (X_1\ ;\ Y_1)$ et $\vec{v}\ (X_2\ ;\ Y_2)$ alors $\vec{u} + \vec{v}$ a pour coordonnées : $(X_1+X_2\ ;\ Y_1+Y_2)$

5/ COMPOSÉE DE DEUX SYMÉTRIES CENTRALES





Dans ces deux cas de figure on a : $\overrightarrow{AA''} = 2\,\overrightarrow{O_1O_2}$

Appliquer la <u>symétrie</u> de centre O_1 puis la <u>symétrie</u> de centre O_2, cela revient à appliquer la <u>translation</u> de vecteur $2\,\overrightarrow{O_1O_2}$.