

PUISSANCES ENTIÈRES DES NOMBRES RELATIFS

1. DEFINITIONS

Soient x un nombre non nul et n un nombre entier naturel,

x^n est le produit de n facteurs tous égaux à x . (n est appelé « l'exposant »)

$$x^n = x \times x \times x \times x \times x \dots x$$

avec n facteurs tous égaux à x .

$$x^{-n} = \frac{1}{x \cdot x \cdot x \cdot x \dots x}$$

avec n facteurs tous égaux à x .

Remarques :

$x^1 = x$ quel que soit le nombre relatif x .

$x^0 = 1$ quel que soit le nombre relatif x non nul.

$1^n = 1$ quel que soit l'exposant n .

$$\frac{1}{x^n} = x^{-n} \quad x^{-n} \text{ est l'inverse de } x^n \quad x^n \cdot x^{-n} = 1$$

$$\frac{1}{x} = x^{-1} \quad x^{-1} \text{ est l'inverse de } x \quad x^1 \cdot x^{-1} = 1$$

2. EXEMPLES

$$5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125 \quad 7^0 = 1$$

$$(-2)^4 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = 16 \quad (-12)^0 = 1$$

$$(-3)^3 = (-3) \times (-3) \times (-3) = -27 \quad 9^1 = 9$$

$$2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{2 \times 2 \times 2} = \frac{1}{8} \quad (-6)^{-1} = \frac{-1}{6}$$

$$(-2)^{-3} = \frac{1}{(-2)^3} = \frac{1}{(-2) \times (-2) \times (-2)} = \frac{-1}{8} = -0,125$$

$$(-5)^{-2} = \frac{1}{(-5)^2} = \frac{1}{25} = 0,04 \quad 20^{-1} = 0,05$$

3. REGLES DES SIGNES

La puissance d'un nombre positif est toujours positive.
 La puissance d'un nombre négatif est positive si l'exposant est pair.
 La puissance d'un nombre négatif est négative si l'exposant est impair.

Attention aux signes des résultats :

$$(-3)^4 = (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) = +81$$

$$\text{mais } -3^4 = -3 \times 3 \times 3 \times 3 = -81$$

4. PUISSANCES DE ZÉRO

$$0^1 = 0 \quad 0^2 = 0 \quad 0^3 = 0 \quad 0^4 = 0 \quad \dots \quad 0^{20} = 0 \quad \dots$$

mais $0^0, 0^{-1}, 0^{-2}, 0^{-3}, 0^{-4} \dots$ n'existent pas. (leurs calculs à l'aide de la définition conduisent à des divisions par 0, donc de façon évidente ces nombres n'existent pas)

5. FORMULES

$$x^2 \cdot x^3 = x^{2+3} = x^5$$

$$\frac{x^6}{x^2} = x^{6-2} = x^4$$

$$(x^4)^3 = x^{4 \cdot 3} = x^{12}$$

$$(x \cdot y)^5 = x^5 \cdot y^5$$

$$\left(\frac{x}{y}\right)^3 = \frac{x^3}{y^3}$$

Ces formules sont vraies avec des exposants positifs, nuls, ou négatifs (sous réserve d'existence des nombres écrits).

Quels que soient les nombres relatifs x et y , quels que soient les exposants relatifs positifs m et n (non nuls simultanément) :

$$x^m \cdot x^n = x^{m+n}$$

$$\frac{x^m}{x^n} = x^{m-n}$$

$$(x^m)^n = x^{mn}$$

$$(x \cdot y)^m = x^m \cdot y^m$$

$$\left(\frac{x}{y}\right)^m = \frac{x^m}{y^m}$$

Le produit de 2 puissances d'un même nombre est égal à la puissance de ce nombre ayant pour exposant la somme des 2 exposants.

Le quotient de 2 puissances d'un même nombre est égal à la puissance de ce nombre ayant pour exposant la différence des 2 exposants.

La puissance de la puissance d'un nombre est égale à la puissance de ce nombre ayant pour exposant le produit des 2 exposants.

La puissance du produit de 2 nombres est égale au produit des puissances de ces deux nombres ayant pour exposants l'exposant donné.

La puissance du quotient de 2 nombres est égale au quotient des puissances de ces deux nombres ayant pour exposant l'exposant donné.

6. PRIORITES OPERATOIRES.

Quand une expression comporte des puissances, on calcule en priorité :

- Les calculs entre parenthèses
- Les puissances
- Les multiplications et les divisions

Exemples :

$$A = 50 - 3 \times 4^2$$

$$B = 5 - 3^2$$

$$C = 5 \times (-3)^2$$

$$A = 50 - 3 \times 16$$

$$B = 5 - 9$$

$$C = 5 \times 9$$

$$A = 50 - 48$$

$$B = -4$$

$$C = 45$$

$$A = 2$$