

# RACINES CARREES

## **-1- Définition**

Soit  $x$  un nombre positif,

la racine carrée de  $x$  est le nombre positif  $a$  dont le carré est ce nombre  $x$ .

Notation :  $\sqrt{x}$

$$\sqrt{x} = a \quad x = a^2$$

La racine carrée d'un nombre négatif n'existe pas.

Comme  $0^2 = 0$ , alors on a :  $\sqrt{0} = 0$

**Exemples :**

$$\sqrt{1} = 1 \quad ; \quad \sqrt{4} = 2 \quad ; \quad \sqrt{9} = 3 \quad ; \quad \sqrt{16} = 4 \quad ; \quad \dots \quad \sqrt{225} = 15$$

$$\sqrt{1,5625} = 1,25 \quad ; \quad \sqrt{36000000} = 6000$$

$$\sqrt{2} \approx 1,414$$

**Remarque :**

Si un nombre a une racine carrée décimale alors celle-ci a deux fois moins de zéros ou deux fois moins de chiffres après la virgule que le nombre.

**Conséquences de la définition :**

1) Pour tout nombre  $x$  positif ou nul on a :  $\sqrt{x^2} = x$  et  $\sqrt{x^2} = x$

2) Le simple fait d'écrire  $\sqrt{x} = a$  sous entend que : 1)  $x \geq 0$  2)  $a \geq 0$  3)  $x = a^2$

## **-2- Propriétés**

Sous réserve d'existence des nombres écrits on a toujours :

$$\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b} \quad \text{et} \quad \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

mais si  $a$  et  $b$  sont non nuls alors on a :  $\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$  et  $\sqrt{a-b} \neq \sqrt{a} - \sqrt{b}$

**Le produit des racines carrées de deux nombres relatifs positifs est égal à la racine carrée du produit de ces deux nombres.**

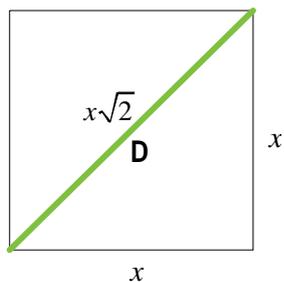
**Le quotient des racines carrées de deux nombres relatifs positifs est égal à la racine carrée du quotient de ces deux nombres.**

**Application, simplification d'écriture, exemples :**

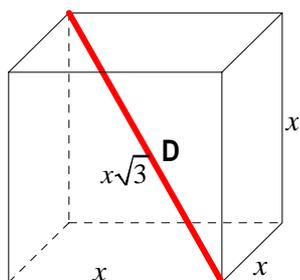
$$5\sqrt{72} = 5\sqrt{36 \times 2} = 5\sqrt{36} \times \sqrt{2} = 5 \times 6\sqrt{2} = 30\sqrt{2}$$

$$\sqrt{\frac{27}{4}} = \frac{\sqrt{27}}{\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{9 \times 3}}{2} = \frac{\sqrt{9} \times \sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

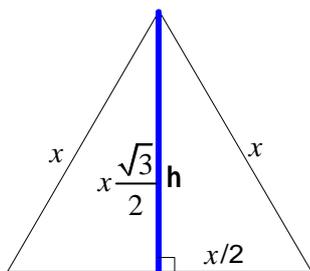
### -3- Résultats à connaître



La longueur de la diagonale d'un carré de côté  $x$  est égale à :  $x\sqrt{2}$ .



La longueur de la diagonale d'un cube d'arrête  $x$  est égale à :  $x\sqrt{3}$ .



La hauteur d'un triangle équilatéral de côté  $x$  est égale à :  $x\frac{\sqrt{3}}{2}$

mesure en degrés	0	30	45	60	90
cosinus	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

#### **-4- Résolution des équations du type : $X^2 = a$**

Trois cas sont possibles :

1/ Si le nombre  $a$  est négatif il n'y a aucune possibilité (car un carré n'est jamais négatif).

L'équation a zéro solution.

2/ Si le nombre  $a$  est égal à 0 il y a une seule possibilité :  $X = 0$

3/ Si le nombre  $a$  est positif il y a deux possibilités :  $X = \sqrt{a}$  ou  $X = -\sqrt{a}$

**Exemples :**

$$(x-3)^2 = -9$$

L'égalité est impossible, l'équation n'a pas de solution.

$$(2x-1)^2 = 0$$

$$2x-1=0$$

$$2x=1$$

$$x = \frac{1}{2}$$

L'équation a une solution :  $\frac{1}{2}$

$$(x-1)^2 = 2$$

$$x-1 = \sqrt{2} \text{ ou } x-1 = -\sqrt{2}$$

$$x = 1 + \sqrt{2} \text{ ou } x = 1 - \sqrt{2}$$

L'équation a deux solutions :  $1 + \sqrt{2}$  et  $1 - \sqrt{2}$

$$(5x+1)^2 = 16$$

$$5x+1=4 \text{ ou } 5x+1=-4$$

$$5x=3 \text{ ou } 5x=-5$$

$$x = \frac{3}{5} \text{ ou } x = -1$$

L'équation a deux solutions :  $\frac{3}{5}$  et  $-1$