

Quelques propriétés utiles en géométrie

Si deux droites sont parallèles à une même troisième droite, alors ces deux droites sont parallèles.

Si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième droite alors ces deux droites sont parallèles.

Si deux droites sont parallèles alors toute droite perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.

Si deux droites sont parallèles et passent par un même point alors elles sont confondues.

On appelle cercle, de centre O et de rayon R , l'ensemble formé par tous les points du plan situés à la distance R du point O .

La tangente en un point A d'un cercle de centre O est la droite perpendiculaire en A au rayon $[OA]$.

On appelle disque, de centre O et de rayon R , l'ensemble formé par tous les points du plan dont la distance au point O est inférieure ou égale au rayon.

La médiatrice d'un segment est la droite perpendiculaire à ce segment en son milieu.

Tout point de la médiatrice d'un segment est équidistant des deux extrémités de ce segment.

Tout point équidistant des deux extrémités d'un segment appartient à la médiatrice de ce segment.

Deux points distincts A et A' sont symétriques par rapport à une droite (Δ) si la droite (Δ) est la médiatrice du segment $[AA']$. On peut dire : A' est l'image du point A par la symétrie d'axe (Δ)

Deux points A et A' sont symétriques par rapport à un point I si le point I est le milieu du segment $[AA']$.

On peut dire : A' est l'image du point A par la symétrie de centre I .

Les symétries axiales et centrales conservent les longueurs, les milieux, l'alignement des points, les angles, les aires.

Si M' est le symétrique de M par rapport à une droite d alors d est la médiatrice de $[MM']$.

Si M' est le symétrique de M par rapport à un point O alors O est le milieu de $[MM']$.

Deux droites ou deux segments symétriques par rapport à un point sont toujours parallèles.

Si un triangle ABC est isocèle en A alors la hauteur issue de A , la médiane issue de A , la bissectrice de l'angle et la médiatrice de $[BC]$ sont confondues.

Si, dans un triangle ABC , la hauteur issue de A est aussi la médiane issue de A ou la médiatrice de $[BC]$ ou la bissectrice de l'angle BAC alors le triangle ABC est isocèle en A .

Le centre de gravité d'un triangle est situé aux deux tiers de chaque médiane à partir du sommet.

Dans un triangle, la droite qui passe par le milieu d'un côté et qui est parallèle à un deuxième côté coupe le troisième côté en son milieu.

Dans un triangle, la droite qui passe par les milieux de deux côtés est parallèle au troisième côté.

Dans un triangle, la longueur d'un segment ayant pour extrémités les milieux de deux côtés est égale à la moitié de la longueur du troisième côté.

PROPRIÉTÉ DE THALES :

Soit un triangle ABC . M un point de la droite (AB) et N un point de la droite (AC) .

Si les droites (MN) et (BC) sont parallèles alors : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$

THEOREME DE PYTHAGORE :

Si un triangle est rectangle, alors le carré de la longueur de l'hypoténuse est égale à la somme des carrés des longueurs des côtés perpendiculaires.

RECIPROQUE DU THEOREME DE PYTHAGORE :

Si un triangle est tel que le carré de la longueur d'un côté est égale à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés, alors ce triangle est rectangle et le côté considéré est l'hypoténuse

Si un triangle est rectangle, alors

- la longueur de la médiane issue du sommet de l'angle droit est égale à la moitié de la longueur de l'hypoténuse et au rayon du cercle circonscrit.
- le milieu de l'hypoténuse est le centre du cercle circonscrit au triangle.
- l'hypoténuse est un diamètre du cercle circonscrit.

Si un triangle est tel que :

- la longueur d'une médiane est égale à la moitié de la longueur du côté correspondant, alors ce triangle est rectangle et le côté considéré est l'hypoténuse.
- le centre du cercle circonscrit au triangle est le milieu d'un côté, alors ce triangle est rectangle et le côté considéré est l'hypoténuse.
- un diamètre du cercle circonscrit est aussi un côté du triangle, alors ce triangle est rectangle et le côté considéré est l'hypoténuse.

Si un quadrilatère a ses côtés opposés parallèles alors c'est un parallélogramme.

Si un quadrilatère a ses côtés opposés de même longueur alors c'est un parallélogramme

Si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leurs milieux alors c'est un parallélogramme.

Si un quadrilatère possède deux côtés opposés parallèles et de même longueur alors c'est un parallélogramme

Si un quadrilatère a ses angles opposés de même mesure alors c'est un parallélogramme.

Si un quadrilatère possède ses 4 cotés de même longueur alors c'est un losange.

Si un parallélogramme possède deux cotés consécutifs de même longueur alors c'est un losange.

Si un quadrilatère possède 3 angles droits alors c'est un rectangle.

Si un parallélogramme possède deux cotés consécutifs perpendiculaires alors c'est un rectangle.

Si un parallélogramme a ses diagonales de même longueur alors c'est un rectangle.

Si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leur milieu, sont de même longueur et perpendiculaires alors c'est un carré.

Si un parallélogramme a 2 côtés consécutifs perpendiculaires et de même longueur alors c'est un carré.

Si un rectangle a deux côtés consécutifs de même longueur alors c'est un carré.

Si un rectangle a ses diagonales qui sont perpendiculaires alors c'est un carré.

Si un losange a un angle droit alors c'est un carré.

Si un losange a ses diagonales qui ont la même longueur alors c'est un carré.

Deux angles opposés par le sommet ont même mesure.

Les angles alternes internes formés par deux parallèles et une sécante ont même mesure.

Si les angles alternes internes formés par deux droites d et d' et une sécante ont même mesure, alors d et d' sont parallèles.

Les angles correspondants formés par deux parallèles et une sécante ont même mesure.

Si les angles correspondants formés par deux droites d et d' et une sécante ont même mesure, alors d et d' sont parallèles.