

Exercice 1On donne : $D = (2 - 3x)(4x + 5) + (2 - 3x)^2$

1. Développer et réduire D.

$$D = (8x + 10 - 12x^2 - 15x) + (4 - 12x + 9x^2) = -3x^2 - 19x + 14$$

2. Factoriser D.

$$D = (2 - 3x) [(4x + 5) + (2 - 3x)] = (2 - 3x)(x + 7)$$

3. Calculer D pour
- $x = -1$
- .

$$D = -3 \times (-1)^2 - 19 \times (-1) + 14 = -3 + 19 + 14 = 30$$

4. Résoudre l'équation
- $(2 - 3x)(x + 7) = 0$
- .

$$2 - 3x = 0 \text{ ou } x + 7 = 0$$

$$x = \frac{2}{3} \text{ ou } x = -7 \quad \text{Les solutions de l'équation sont } \frac{2}{3} \text{ et } -7$$

Exercice 2

1. Justifier sans calcul que 850 et 714 ne sont pas premiers entre eux.

Les deux nombres 850 et 714 sont divisibles par 2 donc ils ne sont pas premiers entre eux.

2. a) Déterminer par la méthode de votre choix, en détaillant les différentes étapes, le PGCD de 850 et 714.

Algorithme d'Euclide :

$$D = d \times q + r$$

$$850 = 714 \times 1 + 136$$

$$714 = 136 \times 5 + 34$$

$$136 = 34 \times 4 + 0$$

$$\text{PGCD}(850; 714) = 34$$

- b) En déduire la fraction irréductible égale à
- $\frac{850}{714}$
- , en détaillant l'explication.

$$\frac{850}{714} = \frac{34 \times 25}{34 \times 21} = \frac{25}{21}$$

Exercice 3Comment peut-on calculer astucieusement sans calculatrice, $1999^2 - 1998^2$?D'après la 3^{ème} identité remarquable on a :

$$1999^2 - 1998^2 = (1999 + 1998)(1999 - 1998) = 3997 \times 1 = 3997$$

Exercice 4

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Aucune justification n'est demandée.

Pour chacune des questions plusieurs réponses sont proposées; une seule d'entre elles est exacte.

Chaque bonne réponse donne 1 point, une réponse fausse n'enlève aucun point.

Pour chacune des 4 questions, indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse exacte.

N°	Questions	Réponses proposées			
1	$\frac{10^{-5} \times (10^{-4})^2 \times 10^{10}}{10^{-3} \times 10^{-10}}$ est égal à ...	10¹⁰	10 ²	10 ⁻¹⁶	
2	Dans une ferme il y a des poules et des lapins. Le fermier a compté 34 têtes et 100 pattes. Il y a donc ...	19 lapins	16 lapins	12 lapins	
3	Un prix de 1 200 € a baissé de 28%, le nouveau prix est ...	336 €	1 172 €	864 €	
4	$f(x) = (7 + x)^2 - x^2$ Cette fonction f est ...	linéaire seulement	affine seulement	linéaire et affine	ni linéaire ni affine

DEUXIÈME PARTIE (12 points) Activités géométriques

Exercice 1

On considère un cercle de diamètre $[AB]$ et un point C appartenant à ce cercle.

1. Déterminer la nature du triangle ABC .

Le point C est sur le cercle de diamètre $[AB]$ donc le triangle ABC est rectangle en C

2. On donne $AC = 39$ mm et $BC = 52$ mm. Déterminer AB .

Le triangle ABC est rectangle en C donc $AB^2 = AC^2 + BC^2$
d'après le th de Pythagore.

$$AB^2 = 39^2 + 52^2 = 4225$$

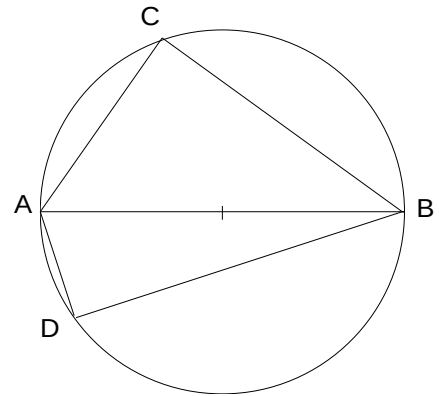
$$AB = 65 \text{ mm}$$

3. $AD = 25$ mm et $BD = 60$ mm. Le triangle ABD est-il rectangle ?

$$AB^2 = 4225$$

$$AD^2 + BD^2 = 25^2 + 60^2 = 4225$$

$AB^2 = AD^2 + BD^2$ donc le triangle ABD est rectangle en D d'après la réciproque du th de Pythagore.



Exercice 2

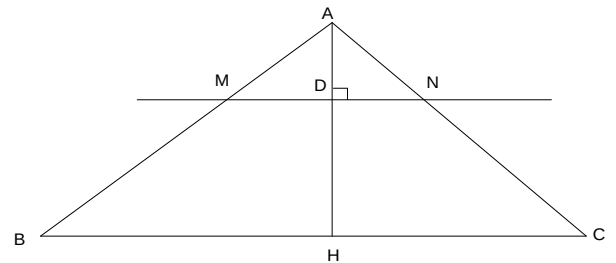
$AM = 5$ cm, $AB = 15$ cm, $AN = 4$ cm, $AC = 12$ cm et $AH = 7,5$ cm.

Les droites (AH) et (MN) sont perpendiculaires en D

1. Démontrer que les droites (MN) et (BC) sont parallèles.

D'une part $\frac{AM}{AB} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$ d'autre part $\frac{AN}{AC} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$.

(BM) et (CN) sont sécantes en A , les points A, M, B d'une part et A, N, C d'autre part sont alignés dans le même ordre, et $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$
donc $(MN) \parallel (BC)$ d'après la réciproque du th de Thalès.



2. Calculer AD . Justifier

(BM) et (HD) sont sécantes en A et $(MD) \parallel (BH)$ donc on a : $\frac{AM}{AB} = \frac{AD}{AH} = \frac{MD}{BH}$ d'après le th de Thalès.

$$\frac{5}{15} = \frac{AD}{7,5} \text{ donc } AD = \frac{5 \times 7,5}{15} = 2,5 \text{ cm}$$

3. Pourquoi les angles $\widehat{AMN}$ et $\widehat{ABC}$ sont-ils égaux ?

Les parallèles (MN) et (BC) sont coupées par la sécante (BM) donc les angles correspondants $\widehat{AMN}$ et $\widehat{ABC}$ sont de même mesure.

4. Montrer que le triangle AHB est rectangle en H .

$(MN) \perp (AH)$ et $(MN) \parallel (BC)$ donc $(BC) \perp (AH)$
donc le triangle AHB est rectangle en H .

Exercice 3

$EG = 4$ cm $FH = 1,5$ cm $\widehat{EGF} = 30^\circ$

1. Calculer la valeur exacte de EH .

Dans le triangle EGH rectangle en H :

$$\sin \widehat{EGH} = \frac{\text{c.opp.}}{\text{hyp.}} = \frac{EH}{EG}$$

$$\sin 30^\circ = \frac{EH}{4} \text{ donc } EH = 4 \times \sin 30^\circ = 2 \text{ cm}$$

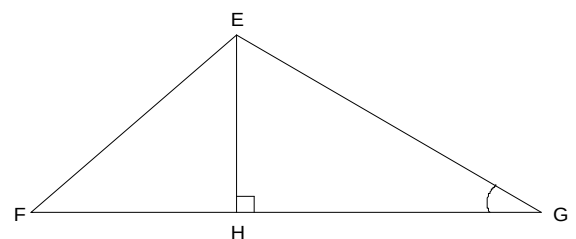
2. En déduire la valeur arrondie à un degré près de la mesure de

l'angle $\widehat{EFG}$

Dans le triangle FEH rectangle en H :

$$\tan \widehat{EFH} = \frac{\text{c.opp.}}{\text{c.adj.}} = \frac{EH}{FH}$$

$$\tan \widehat{EFH} = \frac{2}{1,5} = \frac{4}{3} \text{ donc } \widehat{EFH} \approx 53^\circ \text{ et } \widehat{EFG} \approx 53^\circ$$



TROISIÈME PARTIE (12 points)

Problème

Un théâtre propose deux tarifs pour la saison 2009-2010 :

- Tarif S : 8 € par spectacle.
- Tarif P : achat d'une carte annuelle de 20 € donnant droit à un tarif préférentiel de 4 € par spectacle.

1. Recopier et compléter le tableau suivant, sachant que Monsieur Scapin a choisi le tarif S et Monsieur Purgon le tarif P.

Nombre de spectacles	4	9	15
Dépense de M. Scapin en €	32	72	120
Dépense de M. Purgon en €	36	56	80

On suppose maintenant que Monsieur Scapin et Monsieur Purgon ont chacun assisté à x spectacles.

2. Exprimer en fonction de x le prix $s(x)$ payé par M. Scapin puis le prix $p(x)$ payé par M. Purgon.

$$s(x) = 8x$$

$$p(x) = 4x + 20$$

3. Écrire une équation qui permet de calculer le nombre de spectacles vus par M. Purgon lorsqu'il a dépensé 72€. Résoudre cette équation.

$$4x + 20 = 72$$

$$4x = 52$$

$$x = 13$$

4. Résoudre l'équation $8x = 4x + 20$. A quoi correspond la solution de cette équation ?

$$8x = 4x + 20$$

$$4x = 20$$

$$x = 5 : \text{nombre de spectacles pour lesquels les deux tarifs}$$

donnent la même dépense.

Sur une feuille de papier millimétré, mettre en place un repère orthogonal (placer l'origine O en bas à gauche, prendre 1cm pour 1 spectacle sur l'axe des abscisses et 1cm pour 5 € sur l'axe des ordonnées).

5. Représenter graphiquement les fonctions s et p définies respectivement par $s(x) = 8x$ et $p(x) = 4x + 20$.

6. Déterminer à l'aide du graphique, en faisant apparaître sur le dessin les tracés nécessaires

a. Le résultat de la question 4.

b. Le tarif le plus avantageux pour un spectateur qui assisterait à 8 spectacles durant la saison.

Tarif P

c. Le tarif que doit choisir M. Harpagon qui souhaite voir un maximum de spectacles avec 70 € pour toute la saison. **Tarif P**

A combien de spectacles pourra-t-il alors assister ? **12**

