COLLEGE LA COUTANCIERE CORRECTION BREVET BLANC MATHS 2009

PREMIERE PARTIE (12 points)

Activités numériques

Exercice 1

1	La forme factorisée de l'expression $(3x + 1)^2 - 1$ est	$3x\,(3x + 2)$
2	Une solution de l'équation $(x - 3)^2 = 5x - 9$ est	9
3	Un article coûte 50 €. Après remise de 40% il coûtera	30 €
4	Sur une carte à l'échelle $\frac{1}{250\,000}$ une route mesure 10 cm. La longueur réelle de cette route est	25 000 m

Exercice 2

On donne $E = (3x - 5)^2 - 2(3x - 5)$

1. Développer et réduire E

$E = 9x^2 - 30x + 25 - 6x + 10 = 9x^2 - 36x + 35$

2. Factoriser E :

$E = (3x - 5)\,[\,(3x - 5) - 2)\,] = (3x - 5)(3x - 7)$

3. Calculer E pour $x = -2$.

$E = 9(-2)^2 - 36(-2) + 35 = 36 + 72 + 35 = 143$

4. Résoudre l'équation $(3x - 5)(3x - 7) = 0$.

$(3x - 5)(3x - 7) = 0.$

$3x - 5 = 0$ ou $3x - 7 = 0$

$3x = 5$ ou $3x = 7$

$x = \frac{5}{3}$ ou $x = \frac{7}{3}$

L'équation a deux solutions : $\frac{5}{3}$ et $\frac{7}{3}$

Exercice 3

1. Déterminer le PGCD des nombres 408 et 578.

Algorithme d'Euclide :

D	d	r	division euclidienne
578	408	170	578 = 408 × 1 + 170
408	170	68	408 = 170 × 2 + 68
170	68	34	170 = 68 × 2 + 34
68	34	0	68 = 34 × 2 + 0

PGCD(408 ; 578) = 34

2. Écrire $\frac{408}{578}$ sous forme d'une fraction irréductible :

$\frac{408}{578} = \frac{\cancel{34} \times 12}{\cancel{34} \times 17} = \frac{12}{17}$

Exercice 4

1. On donne : $A = \frac{15 \times 10^{-3} \times 7 \times 10^{7}}{5 \times 10^{2}}$. Calculer A. Présenter le résultat sous la forme scientifique.

$A = \frac{3 \times 7 \times 10^{4}}{10^{2}} = 21\times10^{2} = 2{,}1\times10^{3}$

2. $B = 2\sqrt{50} - 5\sqrt{8} + 3\sqrt{200}$. Calculer B. Présenter le résultat sous la forme $a\sqrt{2}$ où a est un entier.

$B = 2\sqrt{25\times2} - 5\sqrt{4\times2} + 3\sqrt{100\times2} = 2\times5\sqrt{2} - 5\times2\sqrt{2} + 3\times10\sqrt{2} = 30\sqrt{2}$

DEUXIÈME PARTIE (12 points)
Activités géométriques

<u>Exercice 1</u>

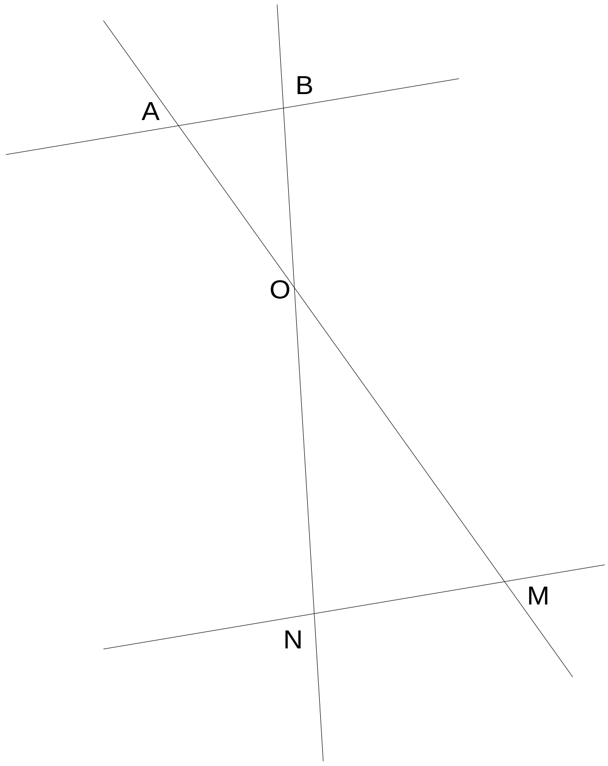
La figure ci-dessous n'est pas en vraie grandeur ; on ne demande pas de la reproduire.

Les droites (AM) et (BN) sont sécantes en O.

Les dimensions sont en centimètres.

On donne :

OA = 3 ; OB = 2,5 ; OM = 5,4 ; ON = 4,5.



1. Montrer que les droites (AB) et (MN) sont parallèles.

$\frac{OA}{OM} = \frac{3}{5,4} = \frac{30}{54} = \frac{5}{9}$ $\quad\quad$ $\frac{OB}{ON} = \frac{2,5}{4,5} = \frac{5}{9}$

Les points A, O, M d'une part et les points B, O, N d'autre part sont alignés dans le même ordre.

De plus $\frac{OA}{OM} = \frac{OB}{ON}$ donc (AB) // (MN) d'après la réciproque du théorème de Thalès.

2. On donne : AB = 1,2

a. Le triangle AOB est-il rectangle ? Justifier.

$AB^2 = 1,44$ $\quad$ $AO^2 = 9$ $\quad$ $BO^2 = 6,25$

[AO] est le plus grand côté et $AO^2 \neq AB^2 + BO^2$ donc le triangle n’est pas rectangle d’après le théorème de Pythagore.

b. Calculer la distance MN.

Les points A, O, M d'une part et les points B, O, N d'autre part sont alignés.
De plus, d’après 1)a) les droites (AB) et (MN) sont parallèles donc :

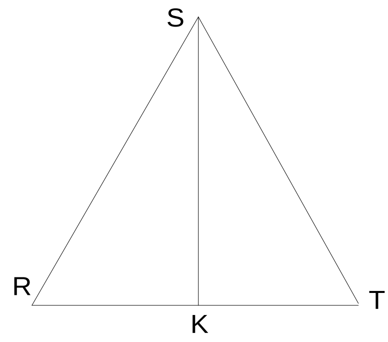
$\frac{OA}{OM} = \frac{OB}{ON} = \frac{AB}{NM}$ d’après le théorème de Thalès.

D’où : $\frac{5}{9} = \frac{1,2}{MN}$ $\quad\quad$ $MN = \frac{9 \times 1,2}{5} = 2,16$ cm

<u>Exercice 2</u>

1. **a. Montrer que la hauteur SK d'un triangle équilatéral RST de côté $6\sqrt{2}$ est $3\sqrt{6}$.**

   (On admet que K, pied de la hauteur issue de S dans ce triangle, est aussi le milieu de [RT].)



Le triangle KST est rectangle en K donc :

$KS^2 + KT^2 = ST^2$ d'après le théorème de Pythagore

$SK^2 = ST^2 - KT^2$ $\quad SK^2 = (6\sqrt{2})^2 - (3\sqrt{2})^2 = 36 \times 2 - 9 \times 2 = 54$

$SK = \sqrt{54} = \sqrt{9 \times 6} = 3\sqrt{6}$

b. En déduire l'aire exacte d'un triangle équilatéral de côté $6\sqrt{2}$. On mettra le résultat sous la forme $a\sqrt{3}$ où a est un entier naturel.

$$\frac{SK \times RT}{2} = \frac{3\sqrt{6} \times 6\sqrt{2}}{2} = \frac{18\sqrt{12}}{2} = 9\sqrt{4 \times 3} = 9 \times 2\sqrt{3} = 18\sqrt{3}$$

2. **ABCDEFGH est un cube d'arête 6 cm.**

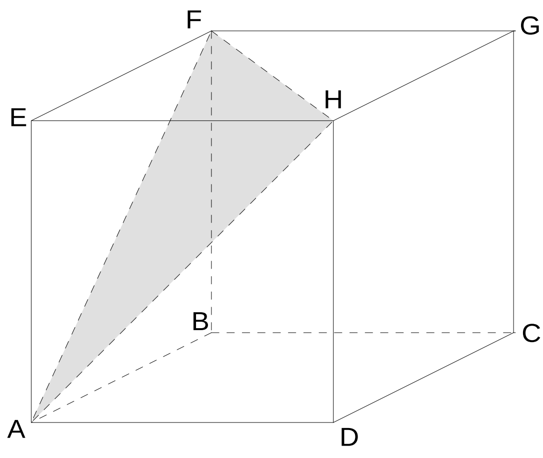
   a. Calculer la longueur FH. On donnera le résultat sous la forme $b\sqrt{2}$ où b est un entier naturel.

Le triangle EFH est rectangle en E donc :

$FH^2 = FE^2 + EH^2$ d'après le théorème de Pythagore

$FH^2 = 72$ $\qquad FH = \sqrt{72} = \sqrt{36 \times 2} = 6\sqrt{2}$ cm

b. Quelle est la nature du triangle AFH ? Justifier.



Les faces d'un cube sont toutes des carrés identiques donc les diagonales [FH], [FA] et [AH] ont la même longueur. AFH est un triangle équilatéral.

c. Quelle est l'aire du triangle AFH ? On donnera le résultat exact puis une valeur approchée à 10^{-1} près.

AFH est un triangle équilatéral de côté $6\sqrt{2}$ cm donc, d'après 1) son aire est : $18\sqrt{3} \approx 31,2$ cm²

3. **Donner sans justification la nature du quadrilatère BDHF. Calculer son aire.**

BDFH est un rectangle d'aire :

$BF \times FH = 6 \times 6\sqrt{2} = 36\sqrt{2} \approx 50,9$ cm²

TROISIÈME PARTIE (12 points)

Problèmes *(Les parties A et B sont indépendantes)*

PARTIE A

Dans une classe de 26 élèves, les résultats suivants ont été obtenus à un devoir :

Note	6	7	9	10	11	12	14	15	16	19
Effectifs	3	4	4	2	1	3	2	4	1	2

1. a. Calculer la moyenne de ce devoir à 0,1 près.

M = (3×6+4×7+4×9+ … +2×19)/26 = 291/26 $\quad$ M ≈ 11,2

La moyenne est d'environ 11,2

b. Calculer la fréquence des élèves de la classe qui ont eu une note supérieure ou égale à la moyenne. Le résultat sera donné sous la forme d'un nombre décimal arrondi au centième près.

12 élèves sur 26 ont eu plus de 11,2 $\quad \frac{12}{26} \approx 0,46$

La fréquence des élèves ayant une note supérieure ou égale à la moyenne est d'environ 0,46.

2. Calculer l'étendue de cette série de notes.

19 – 6 = 13

L'étendue de cette série de notes est de 13.

3. Déterminer la note médiane.

$\frac{26}{2} = 13$. Les notes étant ordonnées, la médiane est comprise entre la 13ème et la 14ème note

donc la note médiane est 10,5.

4. a. Déterminer Q_1 et Q_3, les valeurs du premier et troisième quartiles de la série.

26/4 ≈ 6,5 $\quad$ Le 7ème élève a eu 7 donc $Q_1 = 7$

3/4 x 26 = 19,5. $\quad$ Le 20ème élève a eu 15 donc $Q_3 = 15$

b. Calculer le pourcentage d'élèves ayant une note inférieure strictement à 10. Le résultat sera arrondi au dixième.

11 élèves sur 26 ont eu moins de 10 $\quad$ 11/26 ≈ 0,423

Environ 42,3 % des élèves ont eu moins de 10.

PARTIE B

Une entreprise construit des boîtiers électriques qui servent à distribuer le courant électrique dans les appartements. Chaque mois, trois salariés Félix, Gaëlle et Henry fabriquent chacun le même nombre de boîtiers. Leur salaire mensuel en euro est calculé de la façon suivante :

. Félix a un salaire fixe de 1500 €

. Gaëlle a un salaire de 1000 € augmenté de 2 € par boîtier fabriqué.

. Henry a un salaire de 7 € par boîtier fabriqué.

Chaque salarié a fabriqué 260 boîtiers au mois de janvier, 180 boîtiers en février et 200 boîtiers en mars.

1. Recopier et compléter le tableau suivant.

	Salaire de Félix	Salaire de Gaëlle	Salaire de Henry
Mois de Janvier	1500 €	1520 €	1820 €
Mois de Février	1500 €	1360 €	1260 €
Mois de Mars	1500 €	1400 €	1400

2. Soit x le nombre de boîtiers fabriqués pendant un mois

Exprimer en fonction de x les salaires de Gaëlle et Henry

$G = 2x + 1000 \qquad H = 7x$

3. En avril, Félix et Gaëlle ont eu le même salaire. Calculer le nombre de boîtiers fabriqués ce mois-là par chacun des trois salariés.

$2x + 1000 = 1500$

$x = 250$

Chacun des salariés a fabriqué 250 boîtiers.