ELEMENTS DE CORRECTION DU BREVET BLANC 2005
COLLEGE LA COUTANCIERE

ACTIVITES NUMERIQUES

Exercice 1

$A = \dfrac{\left(\dfrac{5}{6} - \dfrac{3}{4}\right)}{\dfrac{5}{8}}$

$A = \dfrac{\dfrac{10-9}{12}}{\dfrac{5}{8}}$

$A = \dfrac{\dfrac{1}{12}}{\dfrac{5}{8}} = \dfrac{1}{12} \times \dfrac{8}{5}$

$A = \dfrac{2}{15}$

$B = \dfrac{\sqrt{45}}{3\sqrt{80}}$

$B = \dfrac{\sqrt{9 \times 5}}{3\sqrt{5 \times 16}}$

$B = \dfrac{3\sqrt{5}}{12\sqrt{5}}$

$B = \dfrac{1}{4} = 0.25$

$C = (2\sqrt{3} + 1)(2\sqrt{3} - 1)$

$C = (2\sqrt{3})^2 - 1^2$

$C = 12 - 1$

$C = 11$

$D = \dfrac{8 \times 10^{15} \times 15 \times 10^{-6}}{20 \times (10^2)^3}$

$D = \dfrac{8 \times 15}{20} \times \dfrac{10^{15+(-6)}}{10^6}$

$D = \dfrac{8 \times 15}{20} \times 10^{9-6}$

$D = 6 \times 10^3 = 6000$

Exercice 2

Vous donnerez le résultat sous forme $a\sqrt{b}$ avec b entier positif le plus petit possible.

$E = 4\sqrt{5} - 3\sqrt{45} + \sqrt{500}$ $\quad$ $E = 4\sqrt{5} - 3 \times 3\sqrt{5} + 10\sqrt{5}$

$E = 5\sqrt{5}$

Exercice 3

On considère l'expression :

$A = (2x + 1)^2 - (x - 3)(2x + 1)$

1) Développer et réduire l'expression A

$A = (4x^2 + 4x + 1) - (2x^2 - 6x + x - 3)$

$A = 2x^2 + 9x + 4$

2) Factoriser A

$A = (2x + 1)(2x + 1 - x + 3)$

$A = (2x + 1)(x + 4)$

3) Calculez A pour $x = -\dfrac{1}{2}$

$A = (2 \times -\dfrac{1}{2} + 1)(-\dfrac{1}{2} + 4)$

$A = 0 \times (-\dfrac{1}{2} + 4)$

$A = 0$

Exercice 4

Soient les deux nombres entiers 1309 et 1001.

ETAPES	a	b	quotient	restes a/b
1	1309	1001	1	308
2	1001	308	3	77
3	308	77	4	0

1309 et 1001 ont le même PGCD que 1001 et 308 — *308 = 1309-1001*
308 et 1001 ont le même PGCD que 308 et 77 — *77 = 1001 – 3 x 308*
308 et 77ont le même PGCD : 77 — *0 = 308 – 77 x 4*
77 est le PGCD de 1309 et 1001

Application :
L'espace entre deux peupliers est un diviseur de 1309 et 1001.
Les nombres qui conviennent sont : le PGCD 77 mais également 7 et 11 .
Le seul nombre qui se situe entre 30 et 80 est 77
Les peupliers sont espacés de 77 m
Nous avons autant de peupliers que d'espaces car la courbe est fermée.
Il y a donc ((1 309 : 77) + (1 001 : 77)) x 2 = 60 peupliers qui entourent le champ de Barnabé.

GEOMETRIE

Exercice 1 :

1°) a) Déterminer la valeur arrondie au dixième de degré de l'angle $\widehat{HBA}$.

[AH] est la hauteur issue de A donc le triangle ABH est rectangle en H.
Par conséquent :

$\sin \widehat{HBA} = \dfrac{AH}{AB}$

$\sin \widehat{HBA} = \dfrac{5}{8} = 0.625$ donc $\widehat{HBA} \approx 38{,}7°$

b) Le triangle ABC est-il rectangle en A ? Justifier.

$\widehat{BAC} = 180° - 51° - 38{,}7°$

$\widehat{BAC} \neq 90°$ donc **l'angle $\widehat{BAC}$ n'est droit.**

OU

$\widehat{ACB} + \widehat{HBA} \approx 51° + 38{,}7°$

$\widehat{ACB} + \widehat{HBA} \neq 90°$ donc

les angles $\widehat{ACB}$ et $\widehat{ABC}$ ne sont pas complémentaires.

Par conséquent **le triangle ABC n'est pas rectangle en A.**

2°) Calculer la valeur exacte de la longueur du segment [HB]

puis sa valeur arrondie au millimètre près.

Le triangle ABH est rectangle en H donc d'après le théorème de Pythagore :

$AH^2 + HB^2 = AB^2$

$5^2 + BH^2 = 8^2$

$BH^2 = 64 - 25$

$BH^2 = 39$ donc $BH = \sqrt{39}$

$BH \approx 6{,}2$ **cm**

3°) Calculer la valeur arrondie au millimètre près de la longueur du segment [CH].

Le triangle ACH est rectangle en H donc :

$\tan \widehat{ACH} = \dfrac{AH}{CH}$

$\tan 51° = \dfrac{5}{CH}$

$CH = \dfrac{5}{\tan 51°}$

$CH \approx 4{,}0$ **cm**

4°) Déterminer une valeur approchée de l'aire du triangle ABC.

$\text{Aire} = \dfrac{BC \times AH}{2}$

$\text{Aire} = \dfrac{10{,}2 \times 5}{2}$

Aire $\approx 25{,}5$ cm²

Exercice 2 :

1°) Calculer les valeurs exactes de AC, DC et ED.

Les droites (BE) et (CD) sont sécantes en A, les droites (DE) et (BC) sont parallèles donc d'après le théorème de Thalès on a : $\dfrac{AE}{AB} = \dfrac{AD}{AC} = \dfrac{ED}{BC}$ soit $\dfrac{3}{5} = \dfrac{2}{AC} = \dfrac{ED}{3}$

$3\,AC = 5 \times 2$

$3\,AC = 10$

$AC = \dfrac{10}{3}$ cm

$DC = AC - AD$

$DC = \dfrac{10}{3} - 2$

$DC = \dfrac{4}{3}$ cm

$5\,ED = 3 \times 3$

$ED = \dfrac{9}{5}$

$ED = 1{,}8$ cm

2°) On sait que DF = 2,7 cm Les droites (EC) et (AF) sont-elles parallèles ?

Les droites (EF) et (AC) sont sécantes en D.

Les points E, D et F d'une part et les points C, D et A d'autre part sont alignés dans le même ordre.

$\left.\begin{array}{l}\dfrac{ED}{DF} = \dfrac{1{,}8}{2{,}7} = \dfrac{2}{3}\\ \dfrac{DC}{AD} = \dfrac{1{,}8}{2{,}7} = \dfrac{2}{3}\end{array}\right\}$ donc $\dfrac{ED}{DF} = \dfrac{DC}{AD}$ OU $\left.\begin{array}{l}\dfrac{DF}{DE} = \dfrac{2{,}7}{1{,}8} = \dfrac{3}{2}\\ \dfrac{AD}{DC} = \dfrac{2{,}7}{1{,}8} = \dfrac{3}{2}\end{array}\right\}$ donc $\dfrac{DF}{DE} = \dfrac{AD}{DC}$

donc d'après la réciproque du théorème de Thalès **les droites (EC) et (AF) sont parallèles.**

PROBLÈME

1. **Démontrer que (HP) et (AB) sont parallèles.**

Les droites (HP) et (AB) sont toutes les deux perpendiculaires à la droite (HM) donc elles sont parallèles.

2. **Démontrer que : $\frac{AB}{HP} = \frac{AM}{HM}$**

Les droites (PB) et (HA) sont sécantes en M, les droites (HP) et (AB) sont parallèles donc d'après le

théorème de Thalès : $\frac{AM}{HM} = \frac{AB}{HP} = \frac{MB}{MP}$

Justifier rapidement que HP x AM = AB x HM

$\frac{AB}{HP} = \frac{AM}{HM}$ **les produits en croix sont égaux** donc HP × AM = AB × HM

3. **a. Calculer la hauteur AB pour une portée de feu de croisement HM égale à 50 m.**

HP = 0,6 m HM = 50 m AM = HM – HA = 50 – 3 = 47 m

HP × AM = AB × HM donc 0,6 × 47 = AB × 50 et $AB = \frac{0,6 \times 47}{50} =$ **0,564 m**

b. Calculer tan $\widehat{HPM}$ à 0,01 près.

En déduire la mesure de l'angle $\widehat{HPM}$, arrondie au dixième de degré près.

Le triangle HPM est rectangle en H donc $\tan \widehat{HPM} = \frac{HM}{HP} = \frac{50}{0,6} \approx$ **83,33**

Par conséquent $\widehat{HPM} \approx$ **89,3°**

4. **A partir de quelle hauteur minimale AB, le rayon lumineux doit-il atteindre le mur pour que, d'après la consigne de sécurité, le véhicule éclaire suffisamment loin ?**

La portée de feu de croisement doit être d'au moins 30 m donc HM = 30 m

$AB = \frac{HP \times AM}{HM} = \frac{0,6 \times 27}{30} =$ **0,54 m.**

Le véhicule éclaire suffisamment loin si le rayon lumineux atteint le mur, au minimum, à 54 cm du sol.

5. **On pose pour la suite du problème : AB = x $(0 \leqslant x < 0,6)$**
   et on note y la portée du feu de croisement (HM = y).

   Démontrer, en utilisant la question 2, que $y = \frac{1,8}{0,6 - x}$.

   On remarquera que AM = HM – 3.

D'après la question 2 HP ×AM = AB × HM

On a alors : $0,6 \times (y - 3) = y \times x$

$0,6y - 1,8 = yx$

$0,6y = yx + 1,8$

$0,6y - yx = 1,8$

$(0,6 - x)y = 1,8$

$y = \frac{1,8}{0,6 - x}$

6. **Sur la figure ci-après, on a tracé la courbe qui représente la portée du feu de croisement en fonction de la distance x qui sépare le point B du sol.**

a. **Placer en rouge sur la courbe le point qui correspond à la situation de la question 3.a (on désignera ce point par la lettre E.)**

b. **Trouver, à l'aide du graphique, l'entier y qui indique la portée du feu de croisement lorsque la distance AB est x = 0,42 m.**

D'après le graphique : y = 10 m

Retrouver, à l'aide de la question 5, ce résultat par le calcul.

$y = \frac{1,8}{0,6 - 0,42}$

Y = 10 m

Le phare éclaire-t-il alors suffisamment loin ?

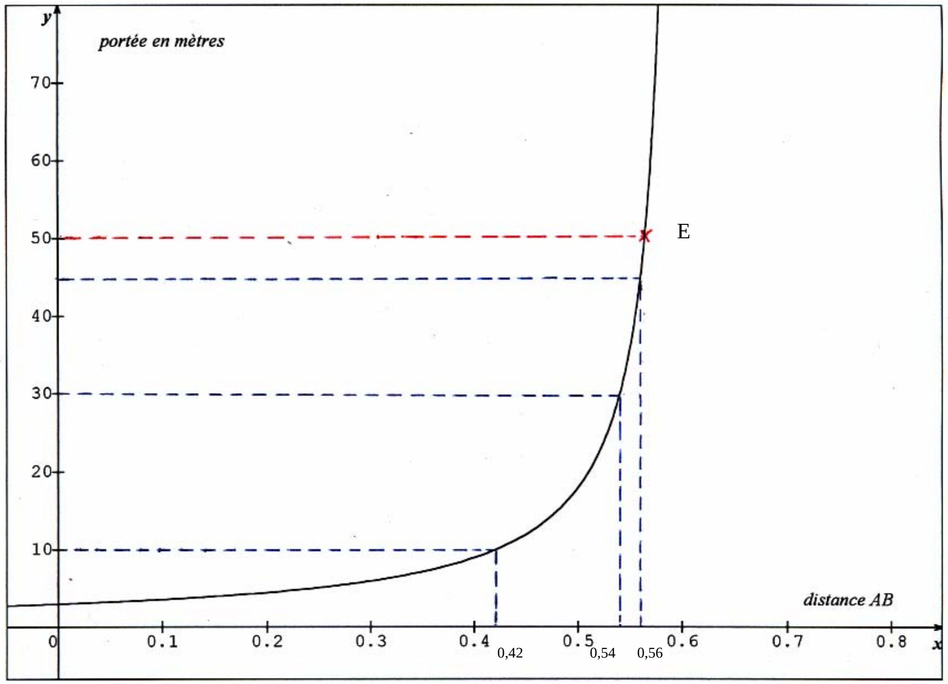
Non car la portée y du feu de croisement doit être d'au moins 30 m

ou

Non car, d'après la question 4, AB doit être d'au moins 0,54 m

c. **On décide de régler un feu de croisement, de façon à respecter la "consigne de sécurité ". Quelles sont, d'après le graphique, les valeurs minimale et maximale de AB que l'on peut accepter ?**

D'après le graphique, les valeurs minimale et maximale de AB sont : **0,54 m et 0,56 m**



y
portée en mètres
70
60
50
40
30
20
10
E
distance AB
0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
x
0,42
0,54
0,56